



## Задание №18

1. На числовой прямой даны два отрезка:  $D = [15; 40]$  и  $C = [21; 63]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула  $(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in C) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$  истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ).

2. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 62]$  и  $Q = [52, 92]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $\neg((x \in A) \wedge (x \in Q)) \vee (x \in P)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [7, 60]
- 2) [40, 95]
- 3) [45, 65]
- 4) [55, 100]

3. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 62]$  и  $Q = [52, 92]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $\neg((x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [7, 60]
- 2) [40, 95]
- 3) [45, 55]
- 4) [55, 100]

4. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [1, 39]$  и  $Q = [23, 58]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [5, 20]
- 2) [25, 35]
- 3) [40, 55]
- 4) [20, 40]

5. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3, 38]$  и  $Q = [21, 57]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [6, 20]
- 2) [22, 35]
- 3) [40, 60]
- 4) [20, 40]

6. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3, 38]$  и  $Q = [21, 57]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [6, 20]
- 2) [22, 35]
- 3) [40, 60]
- 4) [20, 40]

7. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 42]$  и  $Q = [22, 62]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [3, 14]
- 2) [23, 32]
- 3) [43, 54]
- 4) [15, 45]

8. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 42]$  и  $Q = [22, 62]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [3, 14]
- 2) [23, 32]
- 3) [43, 54]
- 4) [15, 45]

9. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 10]$  и  $Q = [6, 14]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [0, 3]      2) [3, 11]      3) [11, 15]      4) [15, 17]

10. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 15]$  и  $Q = [12, 18]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [3, 11]      2) [2, 21]      3) [10, 17]      4) [15, 20]

11. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 10]$  и  $Q = [15, 18]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [3, 11]      2) [6, 10]      3) [8, 16]      4) [17, 23]

12. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 25]$  и  $Q = [0, 12]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [10, 15]      2) [20, 35]      3) [5, 20]      4) [12, 40]

13. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [15, 25]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [10, 15]      2) [10, 30]      3) [8, 22]      4) [8, 30]

14. На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [0, 20]$ ,  $Q = [10, 25]$  и  $R = [35, 50]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee ((x \in Q) \rightarrow (x \in R))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [-15,-5]                      2) [25, 30]                      3) [10,27]                      4) [15, 25]

**15.** На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [20,50]$ ,  $Q = [15, 20]$  и  $R=[40,80]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [10,25]                      2) [20, 30]                      3) [40,50]                      4) [35, 45]

**16.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 15]$  и  $Q = [10,20]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $(x \in P) \wedge (x \notin Q) \wedge (x \in A)$  тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [0, 7]                      2) [8, 15]                      3) [15, 20]                      4) [7, 20]

**17.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P=[3, 13]$  и  $Q=[7, 17]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , чтобы формула  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee \neg(x \in Q)$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [5, 20]                      2) [10, 25]                      3) [15, 30]                      4) [20, 35]

**18.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [35, 55]$  и  $Q = [45, 65]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной  $x$ :

- $(x \in P) \rightarrow (x \in A)$   
 $(\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in Q)))$   
1) [40, 50]                      2) [30, 60]                      3) [30, 70]                      4) [40, 100]

**19.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [40, 60]$  и  $Q = [20, 90]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , чтобы формула  $((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$  была тождественно истинна, то есть принимала значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет меньшую длину.

- 1) [17, 43]                      2) [17, 73]                      3) [37, 53]                      4) [37, 63]

**20.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 62]$  и  $Q = [52, 92]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $\neg((x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [7,60]                      2) [40,95]                      3) [45,55]                      4) [55,100]

**21.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [5, 15]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [10, 15]                      2) [20, 35]                      3) [15, 22]                      4) [12, 18]

**22.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3, 38]$  и  $Q = [21, 57]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in A)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [6,20]                      2) [22,35]                      3) [42,55]                      4) [20,40]

**23.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 42]$  и  $Q = [22, 62]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [3,14]                      2) [23,32]                      3) [43,54]                      4) [15,45]

**24.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3, 13]$  и  $Q = [12, 22]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[5, 20]$                       2)  $[10, 25]$                       3)  $[15, 30]$                       4)  $[20, 35]$

**25.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [22, 72]$  и  $Q = [42, 102]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $\neg((x \in A) \wedge (x \in Q)) \vee (x \in P)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[15, 50]$                       2)  $[24, 80]$                       3)  $[35, 75]$                       4)  $[55, 100]$

**26.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [11, 61]$  и  $Q = [31, 91]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $\neg((x \in A) \wedge (x \in Q)) \vee (x \in P)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 95]$                       2)  $[6, 40]$                       3)  $[55, 100]$                       4)  $[20, 70]$

**27.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [21, 71]$  и  $Q = [41, 101]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $\neg((x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[15, 40]$                       2)  $[20, 110]$                       3)  $[30, 75]$                       4)  $[80, 130]$

**28.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [31, 81]$  и  $Q = [51, 111]$ . Выберите из предложенных отрезков такой отрезок  $A$ , что логическое выражение  $\neg((x \in Q) \wedge (x \in P)) \vee (x \in A)$  тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[25, 75]$                       2)  $[55, 100]$                       3)  $[48, 90]$                       4)  $[83, 130]$

**29.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25; 50]$  и  $Q = [32; 47]$ . Укажите наибольшую возможную длину промежутка  $A$ , для которого формула  $(\neg(x \in A) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

**30.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 35]$  и  $Q = [17, 48]$ . Укажите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , для которого формула  $((x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$  тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

**31.** Элементами множеств  $A, P, Q$  являются натуральные числа, причём  $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ ,  $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ . Известно, что выражение  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ . Определите наибольшее возможное количество элементов в множестве  $A$ .

**32.** Элементами множеств  $A, P, Q$  являются натуральные числа, причём  $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ ,  $Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$ . Известно, что выражение  $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$  истинно (т.е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ . Определите наибольшее возможное количество элементов в множестве  $A$ .

**33.** Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$x \& 29 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

**34.** Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$x \& 29 \neq 0 \rightarrow (x \& 12 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

**35.** Элементами множеств  $A, P, Q$  являются натуральные числа, причём  $P = \{1, 3, 4, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\}$ ,  $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ .

Известно, что выражение  $((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$

истинно (то есть принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ . Определите наименьшее возможное количество элементов в множестве  $A$ .

**36.** Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

**37.** Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  $(X \& 102 \neq 0) \rightarrow ((X \& 36 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$  тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

**38.** Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  $(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 56 = 0) \rightarrow (X \& 20 \neq 0))$  тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?